Berechnungsgrundlagen

Formelzeichen

Die verwendeten Formelzeichen entsprechen der DIN 1304. Dort nicht aufgeführte Formelzeichen sind in diesem Programm mit den üblichen Buchstaben bezeichnet. Die Einheiten entsprechen dem internationalen Einheitensystem.

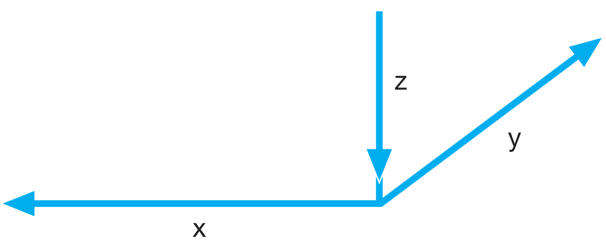
Zeichen	Einheit	Erläuterung
F	N, kN	Kraft
m	kg	Masse
a	m/s²	Beschleunigung
g	9,81 m/s²	Erdbeschleunigung
G	N, kN	Gewichtskraft
f	Hz = 1/s	Frequenz
n	1/min	Drehzahl
c	N/m, N/mm	Federrate
c_V	Nm/Grad	Verdrehfederrate
η	1	Frequenzverhältnis
i	%	Isolationsgrad
s	mm, m	Federweg
φ	Grad	Verdrehwinkel
γ	Grad	Schubwinkel
δ	Grad	Verlustwinkel
M	Nm, Nmm	Moment
W	J = Nm = Ws	Arbeitsaufnahme
E	J = Nm = Ws	Energie
P	W	Leistung
p	Ns = Kgm²/s	Impuls
ε	%	Druckverformung
A	mm², cm²	Fläche
v	m/s	Geschwindigkeit
α	Grad	Anstellwinkel
D	1	Dämpfungsmaß
D	dB	Körperschall-Dämmwert

Häufig gebrauchte Indizes

Index	Erläuterung
D	Druck
S	Schub
V	Verdrehung
Kard	Kardanisch
e	Eigen
err	Erreger
stat	statisch
dyn	dynamisch
st	Stoß, Schock
ges	gesamt
zul	zulässig
x	Längsrichtung
y	Querrichtung
z	Hochrichtung

Festlegung der Belastungsrichtung von MEGI®-Federelementen

In den meisten Fällen ist eine Lagerung mit unterschiedlichen Federraten in den verschiedenen Belastungsrichtungen erforderlich. Um die Richtungen der angreifenden Kräfte und Verformungen eindeutig festzulegen, werden diese mit x, y und z bezeichnet. Dementsprechend werden die Federraten für die jeweiligen Richtungen mit c_x, c_y und c_z bezeichnet.



Berechnungsgrundlagen

Bestimmung der Federrate aus einem Federdiagramm

Wirkt eine Kraft F oder ein Moment M auf ein MEGI-Federelement, dann verformt dieses sich um einen Federweg s bzw. einen Verdrehwinkel φ. Je nach Gestaltung des MEGI-Elementes ist zwischen progressivem, linearem oder degressivem Verlauf der Federkurve zu unterscheiden. Nur bei linearem Kurvenverlauf ist die Federrate c oder bei Verdrehung c_V über den gesamten Federungsbereich konstant. In den beiden anderen Fällen ist die Federrate c vom Grad der Verformung abhängig. Die Ermittlung der jeweiligen Federrate ergibt sich aus der Zusammenstellung (Bild 1).

Durch Anlegen der Tangente im Punkt A bei der angenommenen Belastung F_A bzw. des Drehmoments M_A erhält man die Strecke S_{subA} bzw. φ_{subA}.
Der Quotient aus Belastung und dieser so ermittelten Strecke ergibt die Federrate in diesem Punkt.

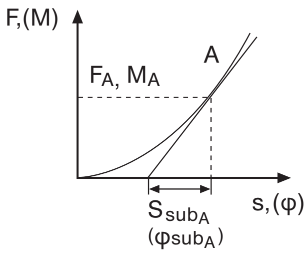
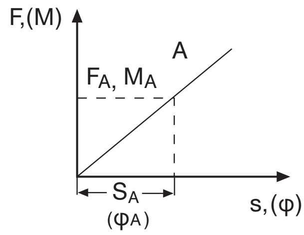
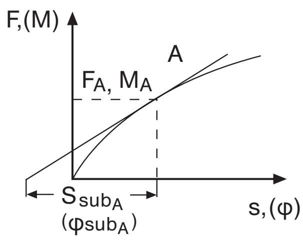
Federrate	Federrate im Arbeitspunkt A	Federdiagramm
$c = \frac{dF}{ds}$ $c_V = \frac{dM}{d\varphi}$	$c_A = \frac{F_A}{S_{subA}}$ $c_\varphi = \frac{M_A}{\varphi_{subA}}$	progressiv 
$c = \frac{F}{s}$ $c_V = \frac{M}{\varphi}$	$c_A = \frac{F_A}{S_A}$ $c_\varphi = \frac{M_A}{\varphi_A}$	linear 
$c = \frac{dF}{ds}$ $c_V = \frac{dM}{d\varphi}$	$c_A = \frac{F_A}{S_{subA}}$ $c_\varphi = \frac{M_A}{\varphi_{subA}}$	degressiv 

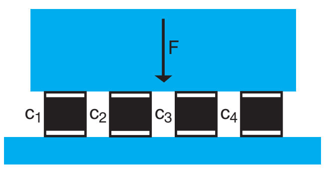
Bild 1

Anordnungsmöglichkeiten von MEGI®-Elementen

Parallelschaltung:

Federweg: $s = \frac{F}{c_{ges}} = \frac{F}{c_1 + c_2 + c_3 + c_4}$

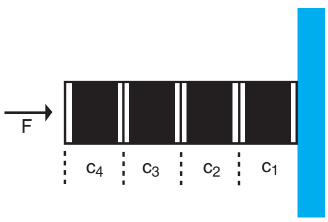
Federrate: $c_{ges} = c_1 + c_2 + c_3 + c_4$



Hintereinanderschaltung:

Federweg: $s = \frac{F}{c_{ges}} = \frac{F}{c_1} + \frac{F}{c_2} + \frac{F}{c_3} + \frac{F}{c_4}$

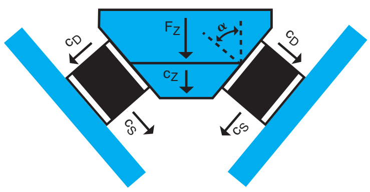
Federrate: $\frac{1}{c_{ges}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} + \frac{1}{c_4}$



Angestellt:

Federweg: $s = \frac{F_Z}{c_Z}$

Federrate:
$c_Z = 2 \cdot (c_D \cos^2\alpha + c_S \sin^2\alpha)$



Verwendet man vier bzw. sechs Federn, dann ändert sich in der Formel der Faktor 2 in 4 bzw. 6.

Berechnungsgrundlagen

Berechnungsanleitung für die gleichmäßige Belastung von MEGI®-Elementen

Eine elastische Lagerung soll so ausgeführt werden, dass sich gleiche Einfederungen einstellen. Bei einem verwindungssteifen System wird diese Voraussetzung erfüllt, wenn die Summe der Produkte aus Federwert und dem dazugehörigen Schwerpunktabstand auf beiden Seiten des Schwerpunktes gleich ist.

Berechnung der Verteilung der MEGI-Elemente
x, y [mm] G, F_A, F_B, F_C, F_D [N]

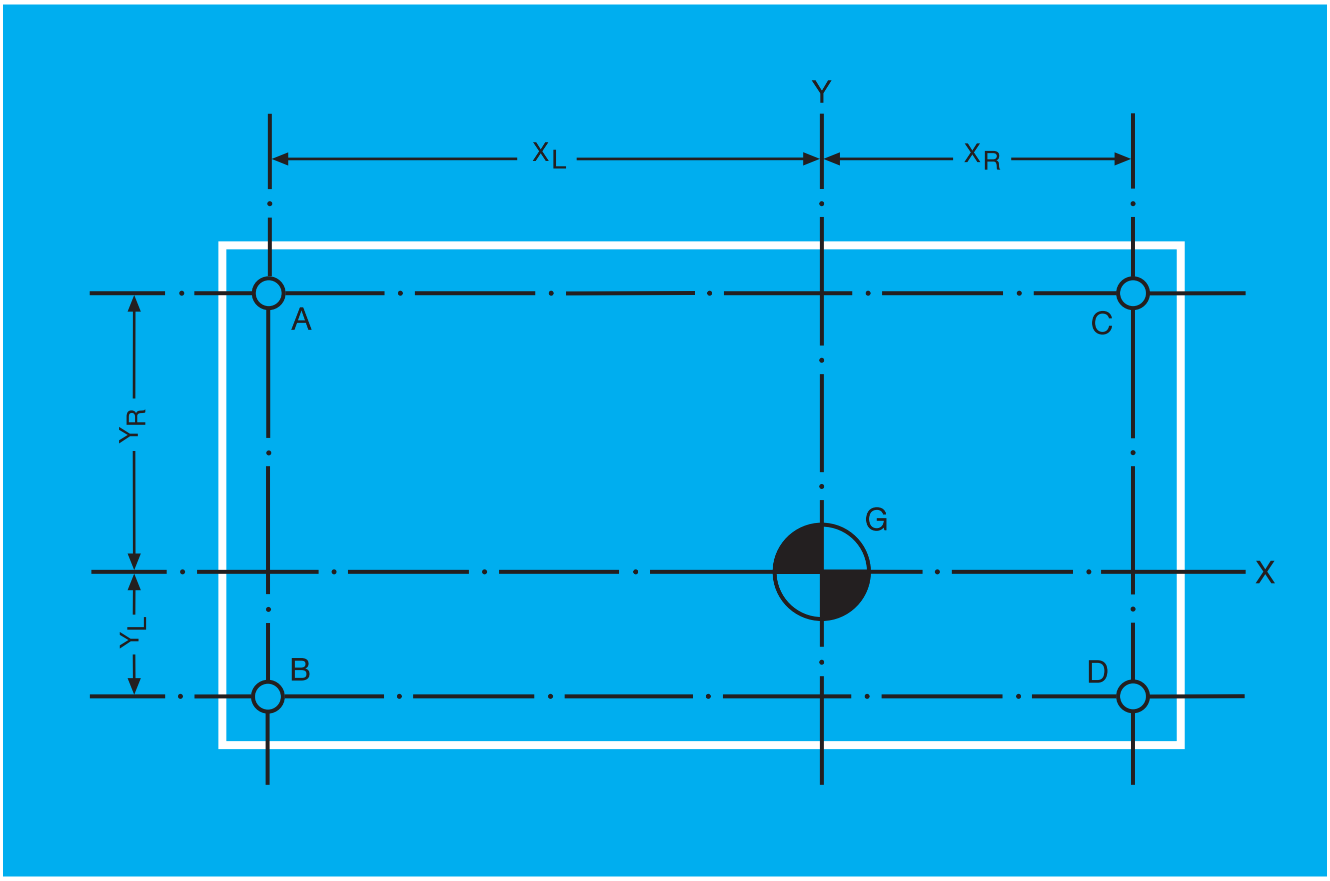


Bild 2

Auflagerkräfte F_A, F_B, F_C, F_D

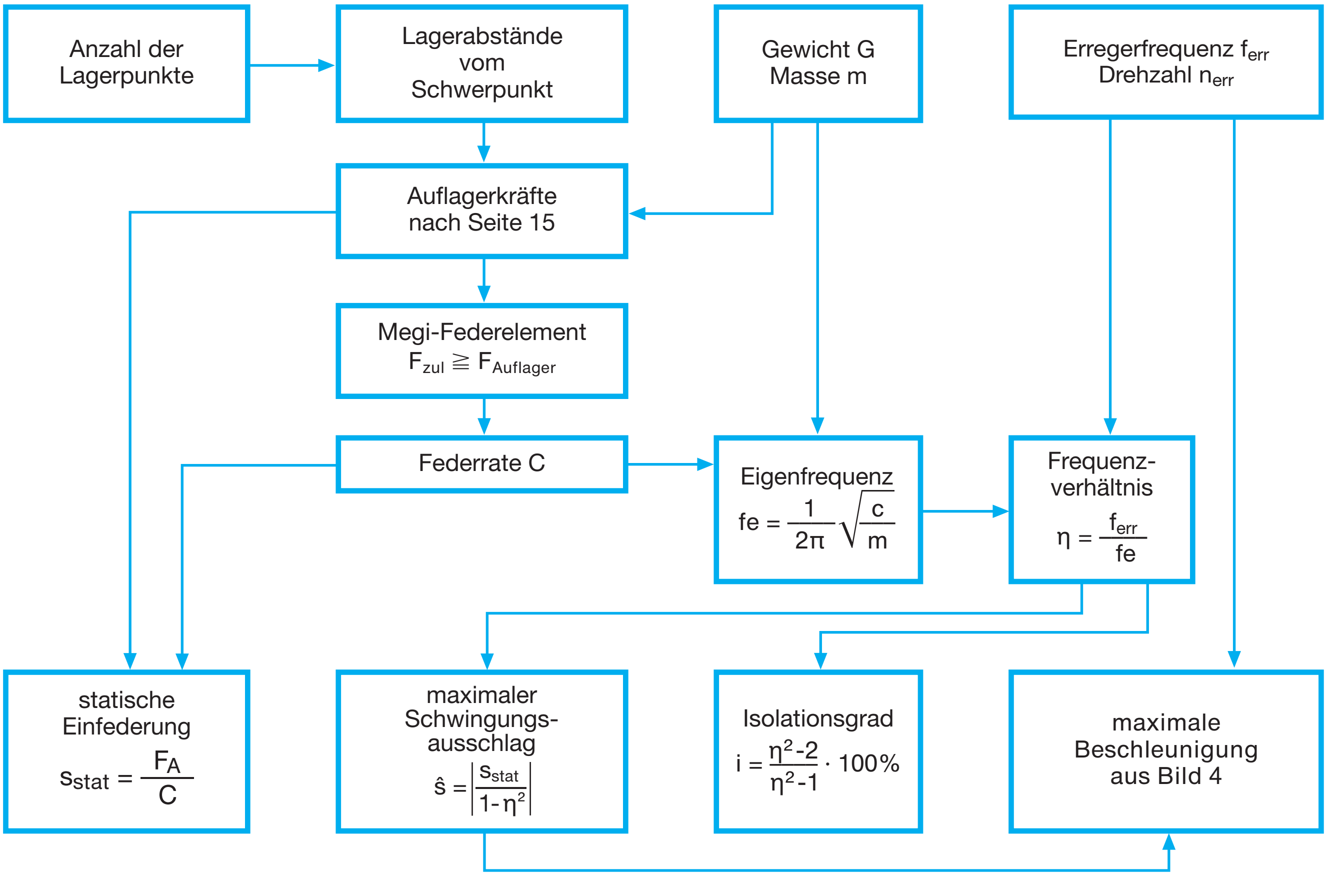
Berechnung der Punktlasten bei gegebenen Befestigungspunkten und unsymmetrischer Schwerpunktlage

$$F_A = \frac{G \cdot x_R}{x_R + x_L} \cdot \frac{y_L}{y_R + y_L} \qquad F_B = \frac{G \cdot x_R}{x_R + x_L} \cdot \frac{y_R}{y_R + y_L}$$

$$F_C = \frac{G \cdot x_L}{x_R + x_L} \cdot \frac{y_L}{y_R + y_L} \qquad F_D = \frac{G \cdot x_L}{x_R + x_L} \cdot \frac{y_R}{y_R + y_L}$$

Berechnungsgrundlagen

Schwingungsisolation periodischer Erregung



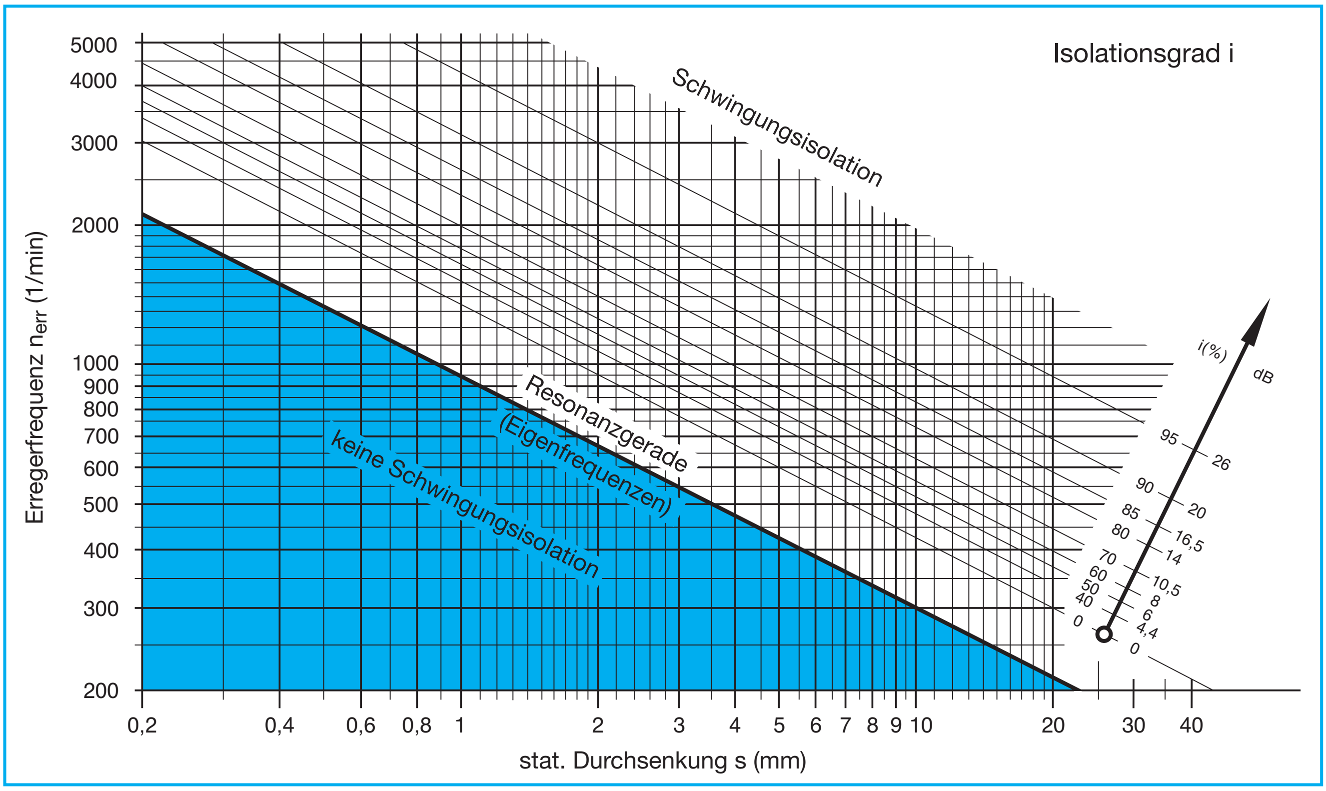


Bild 3

Berechnungsgrundlagen

Schock- und Stoßisolierung

Reaktion einer elastischen Lagerung mit einem Freiheitsgrad
und linearer Charakteristik auf einen Rechteckstoß.

Eingangsdaten:
Erdbeschleunigung $g >= 9{,}81 \text{ m/s}^2$
Masse m (kg); Beschleunigung a_e [m/s²];
Stoßzeit t_{st} [s]
oder Schockklasse nach BM Bau z.B. RK 0,63/6,3

Kinetische Energie der Anregung:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} mv^2 \text{ [Nm]}$$

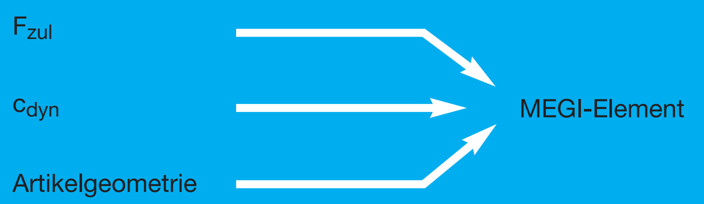
Energieaufname des MEGI-Elementes

$$E_A \approx \frac{4 \cdot F^2_{zul}}{c_{dyn}} \text{ [Nm] oder aus Federkurve ausplanimetrieren}$$

Festigkeitsnachweis

$$E_{kin} \leqq E_A \text{ oder } \cdot F_{zul} \geqq \sqrt{\frac{c_{dyn} \cdot E_{kin}}{4}} \text{ [N]}$$

Auswahl des MEGI®-Elementes



Dynamische Federrate:

$$c_{dyn} \approx 1{,}2 \cdot c \text{ [N/m]}$$

Statische Einfederung:

$$s_{stat} = \frac{m \cdot g}{c} \text{ [m]}$$

Eigenfrequenz:

$$f_e = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{s_{stat}}} \text{ [Hz]}$$

Restbeschleunigung:

$$a_r = \frac{a_e \cdot t_{st}}{\sqrt{\frac{s_{stat}}{g}}} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

Schwingwegamplitude:

$$\hat{s} = \frac{a_r}{(2\pi f_e)^2} \text{ [m]}$$

Statische Einfederung bei vorgegebener Restbeschleunigung:

$$s_{stat} = g \cdot \left(\frac{a_e}{a_r} \cdot t_{st}\right)^2 \text{[m]}$$

Berechnungsgrundlagen

Bild 4
Abhängigkeit zwischen Amplitude, Frequenz und Beschleunigung

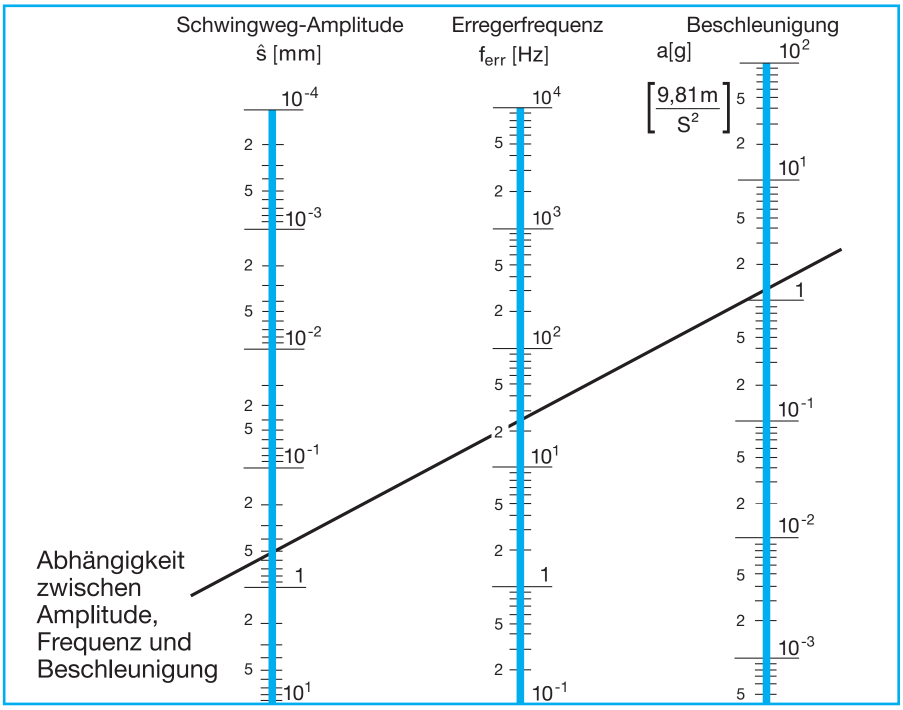


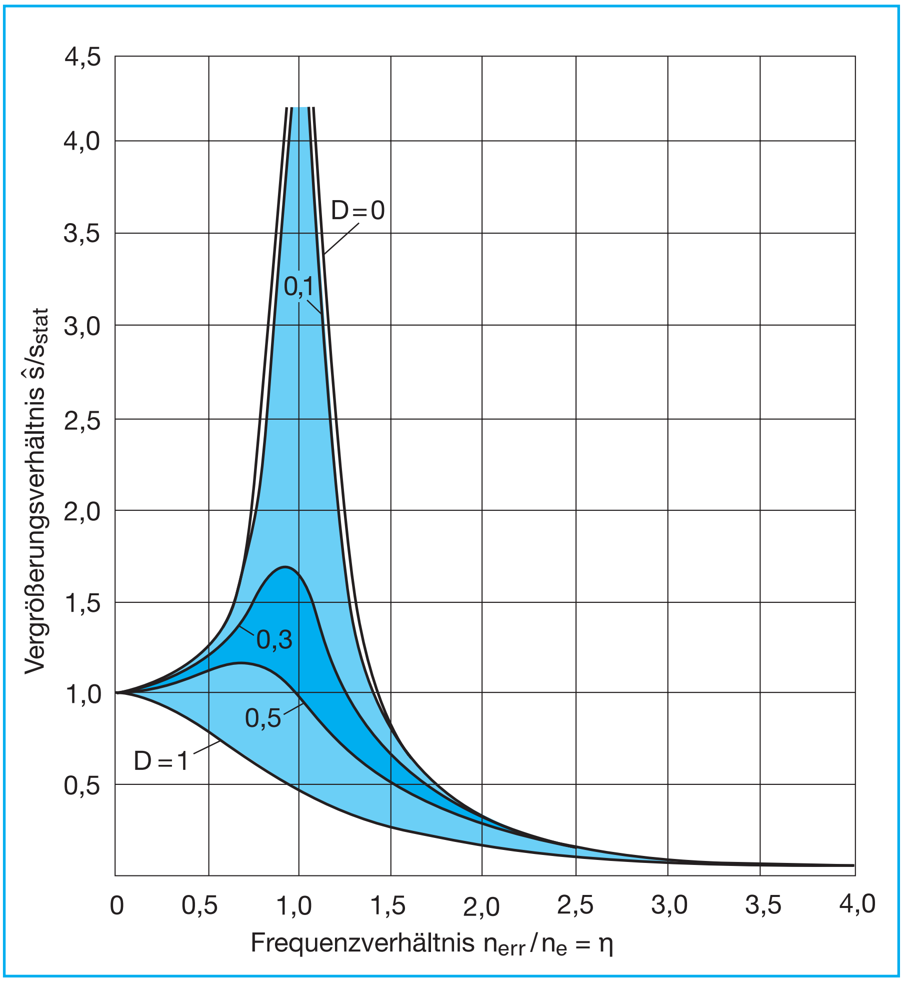
Bild 5
Abhängigkeit des Vergrößerungsverhältnisses $\hat{s}/s_{stat}$ für den Schwingungsausschlag vom Frequenzverhältnis n_{err}/n_e bei verschiedenen Dämpfungen D.

ŝ	größter Schwingungsausschlag
s_{stat}	statische Durchfederung
n_{err}	Erregerdrehzahl
n_e	Eigenschwingungszahl

$$\frac{\hat{s}}{s_{stat}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4\,D^2\eta^2}}$$

Für D = 0:

$$\frac{\hat{s}}{s_{stat}} = \left|\frac{1}{1-\eta^2}\right|$$



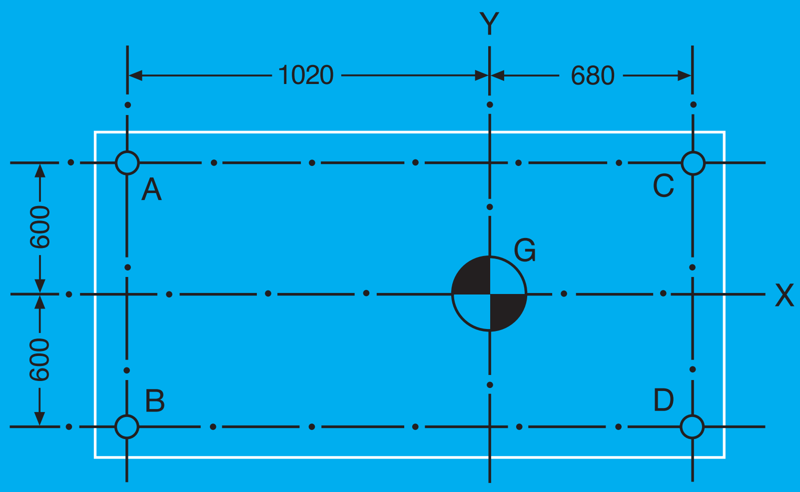
Berechnungs-Beispiel

Ein Maschinenaggregat mit einem Gesamtgewicht von 30 kN und einer Erregerdrehzahl von n_{err} = 1450 1/min, verursacht durch ein rotierendes Teil, soll schwingungsisoliert aufgestellt werden. Vorgesehen sind 4 Lagerpunkte. Die Schwerpunktslage ist nicht symmetrisch.

Rahmenskizze:

Gegeben:
Gewicht G = 30 kN,
Erregerdrehzahl n_{err} = 1450 1/min,
Anzahl der Lagerpunkte: 4
Abstand der Lagerpunkte vom Schwerpunkt: Skizze

Gesucht:
Auflagerkräfte, Megi-Federelement, Federrate, statische Einfederung, Eigenfrequenz, Frequenzverhältnis, Isolationsgrad, Körperschall-Dämmwert, maximaler Schwingungsausschlag, maximale Beschleunigung der Maschine.



Lösung

1. Auflagerkräfte: F_A, F_B, F_C, F_D

Die Auflagerkräfte werden nach der Berechnungsanleitung für die gleichmäßige Belastung von MEGI-Elementen (Seite 15) bestimmt.

$$F_A = F_B = \frac{30\ \text{kN} \cdot 680}{680 + 1020} \cdot \frac{600}{600 + 600} = 6\ \text{kN}$$

$$F_C = F_D = \frac{30\ \text{kN} \cdot 1020}{680 + 1020} \cdot \frac{600}{600 + 600} = 9\ \text{kN}$$

---

2. MEGI-Federelement

Aus den Federdiagrammen bzw. aus den Tabellen wird der MEGI-Maschinenfuß 786011 in der Qualität „hart“ (für die rechte Lagerebene) und in der Qualität „mittel“ (für die linke Lagerebene) ausgesucht. Dieser Artikel hat in der Qualität „mittel“ bei einer Belastung von 6 kN und in der Qualität „hart“ bei einer Belastung von 9 kN eine Einfederung von 3 mm.

---

3. Federrate: c

Die Federrate ist für den MEGI-Maschinenfuß 786011

$$\text{mittel } c = \frac{F_A}{s_{stat}} \cdot \frac{6000\ \text{N}}{0{,}003\ \text{m}} = 2 \cdot 10^6\ \text{N/m} = c_{A,B} \text{ und}$$

$$\text{hart } c = \frac{F_C}{s_{stat}} \cdot \frac{9000\ \text{N}}{0{,}003\ \text{m}} = 3 \cdot 10^6\ \text{N/m} = c_{C,D}$$

Berechnungs-Beispiel

4. Statische Einfederung: s_{stat}

Die Federelemente sind parallel geschaltet.
Demnach ist die Gesamtfederrate
$c_{ges} = 2\ c_{A,B} + 2\ c_{C,D} = 2 \cdot 2 \cdot 10^6$ N/m $+ 2 \cdot 3 \cdot 10^6 = 10 \cdot 10^6$ N/m.

Die statische Gesamteinfederung wird somit

$$s_{stat} = \frac{G}{c_{ges}} = \frac{30000\ \text{N}}{10 \cdot 10^6\ \text{N/m}} = 0{,}003\ \text{m}$$

---

5. Eigenfrequenz: f_e

Die Eigenfrequenz der elastisch gelagerten Maschine errechnet sich mit der Formel

$$f_e = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{c_{ges}}{m}}\ [\text{Hz}] \text{ wobei die Masse } m = \frac{G}{g}\ [\text{kg}] \text{ ist.}$$

Damit wird die Eigenfrequenz

$$f_e = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{9{,}81 \cdot 10 \cdot 10^6}{30000}} = 9{,}1\ \text{Hz}$$

---

6. Frequenzverhältnis: η

Das Frequenzverhältnis η ist

$$\eta = \frac{f_{err}}{f_e}\text{, wobei } f_{err} = \frac{n_{err}}{60}\ \text{Hz ist.}$$

In diesem Beispiel ist das Frequenzverhältnis

$$\eta = \frac{1450}{60 \cdot 9{,}1} = 2{,}66$$

---

7. Isolationsgrad: i

Der Isolationsgrad i kann aus Bild 3 mit der Erregerdrehzahl n_{err} und der statischen Einfederung s_{stat} abgelesen oder mit der Formel

$$i = \frac{\eta^2 - 2}{\eta^2 - 1} \cdot 100\,\% = \frac{2{,}66^2 - 2}{2{,}66^1 - 1} \cdot 100\,\% = 83{,}54\,\%$$

errechnet werden.
Daraus ist ersichtlich, daß nur noch ca. 16,5% der Erregerstörkräfte, die von der Maschine ausgehen, in das Fundament geleitet werden.

---

8. Körperschall-Dämmwert: D

Der Körperschall-Dämmwert kann genau wie der Isolationsgrad direkt aus Bild 3 abgelesen werden, oder er wird mit der Formel

$$D = 20 \cdot \lg \frac{1}{1 - i} = 20 \cdot \lg \frac{1}{1 - 0{,}8354} = 15{,}67\ \text{dB}$$

berechnet.
In dieser Formel wird der Isolationsgrad i nicht in % eingesetzt.

---

9. Maximaler Schwingungsausschlag: $\hat{s}$

Der maximale Schwingungsausschlag kann aus Bild 5 bestimmt werden oder wird mit der Formel

$$\hat{s} = \frac{s_{stat}}{1 - \eta^2} = \frac{0{,}003}{1 - 2{,}66^2} = 0{,}00049\ \text{m}$$

berechnet.

---

9. Maximale Beschleunigung: a_{max}

Die maximale Beschleunigung kann aus Bild 4 bestimmt werden oder wird mit der Formel

$$a_{max} = \hat{s} \cdot (2\pi \cdot f_{err})^2 = 0{,}00049 \cdot (2\pi \cdot \frac{1450}{60})^2 = 11{,}3\ \text{m/s}^2$$

berechnet.
D.h., die Maschine wird mit maximal 1,15 g beschleunigt.